Opusc. PA-I-390

RIVISTA

DI

MATEMATICA

DIRETTA

DA

G. PEANO

Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino
e nella R. Accademia Militare.

Conto corrente colla Posta.

BIBLIOTECA DELLE FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

Fascicolo I° — Gennaio 1891

SOMMARIO

Principii di Logica Matematica *di* G. Peano.
Sommario dei Libri VII, VIII e IX d'Euclide (P.).
Sulla velocità di un punto *di* E. Novarese.
Recensioni — Testi, *Geometria* (C. Burali).

TORINO
FRATELLI BOCCA
LIBRAI DI S. M.

$a \pi b . \supset : a^2 + ab \pi b^2 . a^2 + b^2 \pi ab$ {IX, 15}

Il numero dei numeri primi è infinito. {IX, 20}

La prop. 35 del libro IX dà la somma dei termini d'una progressione geometrica.

Chiamando τέλειος (perfetto) un numero quando eguaglia la somma dei suoi divisori, l'unità compresa ed esso eccettuato, si ha:

$2^{n+1} - 1 \varepsilon \mathrm{Np} . \supset . 2^n (2^{n+1} - 1) \varepsilon (\tau\acute{\varepsilon}\lambda\varepsilon\iota o\varsigma)$. {IX, 36}

(P.)

Sulla definizione della velocità di un punto.

Nota del Prof. E. Novarese *della R. Accademia Militare.*

Tutti, o quasi, i trattati di Meccanica definiscono dapprima la velocità di un punto (geometrico) in movimento come un numero: il numero $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ se il moto è equabile, il numero lim $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ se il moto è vario, s essendo il numero che misura lo spazio corrispondente al tempo t (*).

In seguito, alcuni Autori *convengono* di *rappresentare* la velocità con un segmento (*Strecke, vettore*). Per es.:

Resal (*Cinématique pure,* p. 10): « Nous représenterons graphiquement la vitesse d'un point mobile par une longueur proportionnelle à cette vitesse portée dans le sens du mouvement sur la tangente à la trajectoire. »

Somoff (*Kinematik,* p. 5): « Wir werden *die* Geschwindigkeit durch die Strecke MT darstellen, die auf der Tangente der Bahn im Punkte M aufgetragen wird ecc. »

Questo linguaggio lascia supporre che, per tali Autori, il segmento rappresentativo accennato non sia già la velocità, ma un altro ente che indica insieme e la velocità e la direzione e il verso del moto. (In

(*) A dir vero, molti libri presentano questa definizione sotto un aspetto alquanto diverso: quando il moto è equabile, chiamano velocità *lo spazio descritto nell'unità di tempo;* quando il moto è vario, chiamano velocità in un determinato istante *lo spazio che il mobile descriverebbe nell'unità di tempo* qualora il moto, a far capo da quell'istante, diventasse equabile. Ma crediamo che con tale linguaggio si voglia dire *il numero che misura lo spazio descritto nell'unità di tempo:* se si dovesse intendere letteralmente ciò che suonano le parole, la definizione ci parrebbe addirittura da respingere (almeno pel moto curvilineo), poichè la velocità così definita sarebbe un arco di linea della quale sarebbe individuata la sola lunghezza.

quella guisa appunto che, se si rappresenta il numero velocità angolare di un moto rotatorio mediante un segmento sull'asse della rotazione, questo segmento indica insieme e la velocità angolare e l'asse e il verso della rotazione).

Altri Autori invece allargano il significato anteriormente attribuito al vocabolo *velocità,* considerando questa come un segmento del quale prima hanno definito soltanto il valore. Per es.:

TAIT e STEELE (*Dynamics of a particle,* 5ª ed., pp. 3-4): « So far as we have yet spoken of it, velocity has been regarded merely as *speed*... In fact velocity is properly a *directed magnitude* (or *vector*, as it is now called) involving at once the direction and the speed of the motion. »

E lo SCHELL (*Theorie der Beweg. u. der Kräfte,* 2ª ed., p. 191 del vol. I), forse meno nettamente: « Bisher war nur von der Grösse der Geschwindigkeit die Rede; man spricht aber auch von ihrer Richtung »; e, definita questa direzione, parla più innanzi « von den beiden die Geschwindigkeit bestimmenden Merkmalen, Grösse und Richtung. »

Il prof. PADELLETTI nella sua pregevole Memoria *Sulle relazioni tra Cinematica e Meccanica* (Giorn. di Matem., vol. XIV), dopo aver denominato velocità del moto uniforme il coefficiente di t nell'espressione dello spazio, definisce la velocità di un moto qualunque come una derivata geometrica.

Altri scrittori infine, dopo aver definito la velocità come un numero, parlano senz'altro della direzione o del verso di essa, mentre la loro definizione (se non si aggiungono dichiarazioni ulteriori) esclude che l'ente velocità abbia una direzione od un verso. Così ad es. il GILBERT, nel suo *Cours de Mécan. analyt.* meritamente pregiato, chiama velocità il limite del rapporto $\frac{\text{arco MM}'}{\Delta t}$; e poi, dopo aver osservato che, nel moto rettilineo, « la direction du mouvement du point à un instant quelconque est bien déterminée, » dice: « Mais dans le mouvement curviligne, il faut définir la direction de la vitesse » (2ª ed., pp. 7 e 9). Il qual linguaggio implica, mi pare, 1° che la velocità sia un ente fornito di direzione; 2° che questa direzione sia la stessa cosa che la direzione del moto.

Similmente il RAUSENBERGER (*Lehrbuch der Analyt. Mechanik*, Leipzig 1888, I Bd., p. 4), posto per definizione velocità $= \frac{ds}{dt}$, dice: « Der Geschwindigkeit kommt in jedem Punkte der Bahn eine bestimmte *Richtung* zu, nämlich die der Tangente der Bahnkurve in dem fraglichen Punkte, ecc. »

Le osservazioni che siam venuti esponendo riguardano esclusiva-

mente la Cinematica: non mancano nuove incertezze se il punto mobile si considera come materiale. Ci contentiamo a questo riguardo di recare un passo del *Traité de Mécanique* del Poisson. L'A., dopo aver detto che lo spazio costante descritto nell'unità di tempo, in un moto uniforme, è ciò che si chiama la velocità del mobile, scrive:

« Mais, pour parler exactement, cet espace n'est que la mesure de la vitesse, et non pas la vitesse elle-même. La vitesse d'un point matériel en mouvement est une chose qui réside dans ce point, dont il est animé, qui le distingue actuellement d'un point matériel en repos et n'est pas susceptible d'une autre définition » (2ª ed., tomo I, p. 207).

Concludendo, domandiamo: La velocità di un punto mobile è un numero od è un segmento? O, a dir meglio, è preferibile, in Cinematica, definirla come un numero o come un segmento? E, in Meccanica, è dessa da considerarsi nè più nè meno che in Cinematica, ovvero come qualche cosa di connesso colle proprietà che si attribuiscono al punto materiale? (*)

RECENSIONI

Dott. Giuseppe Testi. — **Elementi di Geometria.** — *Ad uso degli alunni delle scuole secondarie inferiori.* — (Livorno 1889, Raffaele Giusti editore).

Credo opportuno riportare alcuni periodi della prefazione agli *Elementi di Geometria* del sig. Testi.

« L'esperienza mia e il fatto che molti libri di geometria per le scuole tecniche, redatti col metodo così detto intuitivo, o hanno avuto corta vita o ben poca fortuna, per quanto alcuni di essi sieno per molti aspetti pregevolissimi, mi hanno consigliato di tornare all'antico e di abbandonare addirittura i piccoli artifizi dei cartoncini intagliati e dei biglietti da visita sovrapposti.

« Questo trattatello ha veste più seria, ma non credo che per questo voglia riuscire ai giovani di maggior difficoltà, completato che sia convenientemente dalla lezione orale..... »

Aggiunge poi che molte volte gli è accaduto (nel suo insegnamento, non nel libro) di ricorrere a paragoni proprii della geometria intuitiva « ma al

---

(*) La *Rivista di Matematica* accoglierà con piacere le comunicazioni che si vorranno inviarle in risposta a questi quesiti.

N. della R.

solo scopo di rendere *accessibile* ai giovani la dimostrazione *non per sostituirla.* »

« I concetti geometrici, si parli pure a ragazzi, dal momento che loro s'insegna la geometria, non devono essere travisati, e il libro si deve sforzare di riassumerli nella loro purezza. »

Dopo aver fatto osservare che i postulati ammessi non sono tutti quelli necessari e sufficienti per porre le basi della geometria, aggiunge che ha creduto bene di limitarsi ai principali per non rendere il libro troppo difficile ai giovinetti delle scuole secondarie inferiori. Poi: « Ciò che è inteteressante di fissare è il metodo, tenuto conto specialmente del fatto che la metà e più dei giovani che frequentano il corso di geometria è destinata a passare a studi superiori. »

Queste le ottime basi pedagogiche del libro del sig. Testi, che dalle altre geometrie elementari per le scuole secondarie inferiori, si allontana più di quello che l'A., troppo cortesemente, dica. La Geometria intuitiva propriamente detta bisogna bene insegnarla, servendosi di modelli, nelle scuole elementari, e non può recar danno all'insegnamento se le definizioni e i pochi concetti geometrici che è necessario introdurre sono date rigorosamente: nelle scuole secondarie inferiori non è più adatta la geometria intuitiva propriamente detta, ma i libri che si adoperano ordinariamente non sono fatti col metodo intuitivo; troppo superbi per presentarsi in veste di *empirici* (quali sono realmente nel significato più brutto della parola) si camuffano da scienziati dando dimostrazioni (?!) intuitive che, il più delle volte, fanno a pugni non solo colla scienza, ma anche col senso comune. Rimarrebbe a sapersi se gli autori di questi libercoli scrivono così per principî pedagogici sbagliati o per deficienza di coltura matematica.

Qualunque sia la risposta alla domanda, sta il fatto che il libro del sig. Testi è buono, molto buono, l'unico che io conosca, veramente adatto per le scuole secondarie inferiori. Con esso non vi è pericolo di dare ai giovani cognizioni inesatte, le quali, coloro che continuano gli studii, sradicano poi con difficoltà dalla loro mente; di più la disposizione delle parti del libro è tale da permettere all'insegnante di trattare sin da principio quelle cose che sono maggiormente utili nella pratica, cosa a cui si deve sempre por mente nelle scuole secondarie inferiori, che, per quanto male ordinate, sono fine a loro stesse.

Non mancano qua e là alcune piccole inesattezze; ma quale è l'opera umana che sia perfetta? E del resto la maggior parte di queste inesattezze riguardano più la forma che la parte scientifica e in una prima edizione sono inevitabili.

Avendo indicato in generale i pregi del lavoro e l'opportunità di esso nell'insegnamento, e indicato esistere alcune mende, voglio ora parlare particolarmente di queste e di quelli.

Nelle nozioni preliminari, dopo aver dato le definizioni di corpo, superficie, linea e punto, aggiunge, poco opportunamente, il concetto di dimensione. Dico poco opportunamente. Difatti le denominazioni di *lunghezza*, *larghezza*, *altezza*, che si usano nel linguaggio comune, perdono il loro

BIBLIOTECA DELLE FACOLTA' DI LETTERE E FILOSOFIA ★ TORINO

Presso la Libreria Fratelli BOCCA

Peano G. — Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale. 1 volume in-8 . . . . L. 10 —

— Calcolo geometrico secondo l'*Ausdehnungslehre* di H. Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva. Torino 1888, 1 volume in-8 . . . . » 3 50

— Arithmetices principia, nova methodo exposita, in-8 . . . » 2 50

— I principii di geometria logicamente esposti, 1 vol. in-8 . » 2 50

— Elementi di calcolo geometrico . . . . » 1 —

— e **Genocchi A.** — Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale . . . . » 10 —

Porta F. — Geometria analitica. Torino 1890, 1 vol. in-8 . » 8 —

— Geometria piana (147 fig. nel testo). Torino 1889, 1 vol. in-16 » 3 —

— Complementi di algebra e geometria per l'ammessione all'Accademia militare. Torino 1885, 2ª ediz. riveduta ed accresciuta, 1 volume in-12 . . . . » 3 —

— Goniometria e trigonometria piana. Torino 1885, 2ª ediz. intieramente rifatta, 1 vol. in-12 . . . . » 2 50

— Trigonometria sferica. Torino 1886, 1 vol. in-12 . . . » 2 —

— Geometria solida. Torino 1887, 1 vol. in-16 (123 fig. nel testo) » 3 —

Castellano F. — Algebra ad uso dei licei ed istituti. Torino 1891, 1 volume in-12 . . . . » 3 —

Standt. — Geometria di posizione, traduzione di M. Pieri, preceduta da uno studio di C. Segre . . . . . . » 8 —

Tip. Guadagnini e Candellero - Torino, via Gaudenzio Ferrari, 3.